

Hållpunkter för de yngsta förskolebarnens lärande av tidig matematik

Camilla Björklund

Åbo Akademi

Abstract

I mötet med omvärlden strävar barn i 1–3-årsåldern ständigt efter att skapa och kommunicera mening. De yngsta förskolebarnen möter dagligen kulturellt förmedlade matematiska begrepp, principer och strategier, som de formulerar innebörd och mening i utgående från sina egna erfarenheter. Tidigt uppfattar barnen nödvändigheten av att förstå och göra sig förstådd i samspel med andra barn och vuxna. En intressant frågeställning blir då vad det är som gör att grunden till matematisk förståelse läggs, det vill säga vad det är som gör att lärande sker, eller inte sker? En kvalitativ analys av videografiskt insamlat material från två småbarnsavdelningar fokuserar hur lärandet av grundläggande aspekter av matematik gestaltar sig i mötet med andra barn och vuxna i förskolemiljö. I analysen framträder vad barnen och de vuxna fokuserar men även hur förståelsen kan framträda och utvecklas. I artikeln diskuteras barns lärande av matematik utgående från ett autentiskt exempel från en småbarnsavdelning.

Den sociala matematiken

Jean Lave och Etienne Wenger (1991) hävdar att allmänt vedertagen kunskap och generella principer inom bland annat matematik alltid är situerad i kontext. Innebörden av en matematisk princip är därför alltid relaterad till ett sammanhang. Lave och Wenger påstår dessutom att kunskap alltid bör ses i ljuset av möjligheterna att redefiniera innebörd och mening, beroende av tidigare förståelse, framtida behov och omständigheter som råder i en viss situation. Barn föds nämligen till en kulturell och historisk värld som utvecklats redan långt innan barnet fötts men som kommer att fortsätta utvecklas framöver, där barnet är en aktiv deltagare i konstruerandet av mening. På så sätt är människan oberoende av sin ålder alltid engagerad i en lärandeprocess, eftersom han eller hon ingår i en kultur och ett sammanhang där det är betydelsefullt att skapa mening och förstå sammanhang, oberoende om kontexten är direkt ämnad för undervisning eller ej.

Enligt Ludwig Wittgenstein (1978) är matematik i hög grad ett socialt och kulturellt fenomen. Varje matematisk princip och begrepps innebörd är framtagen av människor och knuten till ett samhälle. Generell kunskap knyts därför alltid till den värld som människan direkt erfar. Paul Ernest (1998) bygger vidare på Wittgensteins idéer och framhåller att matematisk kunskap omfattar såväl kunskap om användningsmöjligheter, kunskap grundad på logisk slutledning, tyst kunskap som faktakunskap. En sådan definition på matematisk kunskap tar i beaktande också historia och social kontext där begrepp och principer vuxit fram genom olika former av mänsklig verksamhet. Kunskapen är historiskt, kulturellt och socialt bunden och innebörden blir beroende av det perspektiv som tas.

Matematiska begrepp får enligt Wittgenstein (1978) sin innebörd när de används i samspel med andra människor. Symboler och begrepp är nämligen alltid tolkade och har en viss mening i det sammanhang de används, på samma sätt som människor strävar efter att vara överens om innebörden och värderingen i de ord som används i kommunikation. Ernest (1998) tolkar detta som att kulturen, människor och den sociala praktik som en människa tar del av, har betydelse för hur människor tolkar, förstår och formulerar en gemensam förståelse av olika begrepp. I grund och botten handlar då matematiska begrepp, symboler och principer om att kommunicera idéer och formulera en gemensamt överenskommen förståelse (Hersh, 1997).

När matematikinläring på detta sätt knyts till ett socialt bundet resonemang, för det med sig att människan ses som aktiv i lärandet och i konstruerandet av mening i en social kontext. Resonemanget för också med sig att barn i tidig ålder antas

ta del av den kulturella och sociala matematik som kan ta sig olika uttryck i förskolans vardag. Camilla Björklund (2007) visar i en studie av småbarns möten med matematik att barn i tidig ålder möter en mångfald av matematiska begrepp och principer i dagligt samspel med andra barn och vuxna. Matematik ses då som ett kulturellt förmedlat redskap som barnen strävar efter att förstå och använda.

Matematikinläring i de tidiga barnaåren

Forskning om småbarns kognitiva utveckling visar att barn tycks födas med en förmåga att urskilja likheter och olikheter. Förmågan utvecklas i förhållande till den miljö med möjligheter, begränsningar och även förväntningar som kultur och samhälle tillhandahåller. Också urskiljandet av variationer i mängder om två–tre tycks vara en medfödd förmåga som vidgas och nyanseras i och med barnets ökande erfarenheter av sin omvärld (McCrink & Wynn, 2004; Wynn, 1998). Barns intuitiva uppfattning av numerära innebörder visar sig bland annat i förmågan att jämföra, sortera och uppskatta mängder (Aunio, Niemivirta, Hautamäki, Van Luit, Shi & Zhang, 2006). Aritmetisk förståelse och färdighet är beroende av denna grundläggande urskiljningsförmåga, men hur aritmetisk kunskap utvecklas och används bestäms i hög grad av kultur och undervisning. På vilket sätt en urskiljd numerär olikhet gestaltas och tolkas till exempel med symboler och begrepp, är alltså beroende av kulturella uttryckssätt och samhälleliga förväntningar på kunskap som barn möter. Det är därför väsentligt att lyfta fram och diskutera vad som sker och vilka möjligheter till lärande det finns i en pedagogiskt planerad miljö, såsom förskolan. I en longitudinell studie gjord av Minna Hannula (2005) visar det sig att barn som i treårsåldern oftare spontant fokuserar på den numerära innebörden hos fenomen och företeelser i omvärlden, också tidigare förstår innebörden av talbegrepp och räkneramsa. När vuxna i pedagogisk verksamhet stöder barn att fokusera på numerär innebörd och aktivt medvetandegör barn på kvantitativa likheter och olikheter i olika sammanhang, ökar också barnens spontana uppmärksamhet på den numerära aspekten i omgivningen, vilket i sin tur kan bidra till fördjupad förståelse av till exempel talbegreppens kardinala innebörd (Mattinen, 2006).

Barns fokusering i lärandeprocessen tycks vara en betydelsefull aspekt av matematikinläringen, vilket framkommer i flertalet empiriska studier. Ellen Markman (1979) visar till exempel att barn som uppmanas fokusera på en mängd som en samling objekt också oftare uppfattar kardinaliteten. Om barn ges stöd i att fokusera på helheten förmår de föreställa sig en mängd som en samling av delar och kan då lättare bortse från till exempel spridning eller andra kvaliteter hos objekt som skall räknas. Barn lyckas också på detta sätt bättre verbalisera och finna numeriska

grunder för sina uppfattningar. Markman menar att det inte vållar några större problem för barn att särskilja delar från varandra, men det kan i stället uppstå problem när barn samtidigt skall uppfatta delarna som ingående i en helhet. Stöd i fokusering och samtidig urskiljning tycks dämed vara betydelsefullt för de yngsta barnens lärande.

Att konstruera mening i det erfarna är visserligen en individuell process, men samtidigt är människans psykiska och intellektuella utveckling i grunden beroende av socialt samspel. Lärande ses utifrån ett sociokulturellt perspektiv som en del av alla mänskliga handlingar, en integrerad del av sociala praktiker (Säljö, 2005). Ett sociokulturellt perspektiv på lärande med stöd i Lev Vygotskij (1978, 1980) framhåller att kunskapstillägnet sker i samspelet mellan människor och gestaltar sig så att generell kunskap småningom blir individuell förståelse. Vygotskij lägger således stor vikt vid den sociala och kulturella omgivningens roll i barnets utveckling. Vygotskijs syn på barnets kognitiva utveckling innebär i stora drag att barnet lär sig lösa problem i samspel och kommunikation med andra mer kunniga människor.

Barbara Rogoff (1990, 2003) utvecklar begreppet *guided participation*, vilket innebär att ett barn deltar och handleds i kulturellt utvecklade och värderade aktiviteter. I sådana aktiviteter lär sig barnet att tänka och handla på ett önskvärt och förväntat sätt.Handledningen kan vara medveten lika väl som omedveten, men det centrala är intersubjektiviteten. En gemensam fokusering och ett gemensamt mål i aktiviteten utgör utgångspunkten för barns framväxande förståelse och färdigheter att ta sig an och lösa problem de stöter på. För att nå ett önskvärt gemensamt mål, används kulturella redskap som ord och gester, liksom ständiga återkopplingar till den andras handlingar och uttryck. Uppmärksamheten på den andras förståelse är väsentlig och i strävan att överbrygga olika perspektiv söker barn och vuxna ett gemensamt perspektiv utifrån vilket de kan kommunicera och utveckla sina idéer. Den gemensamma förståelsen sker alltid *mellan* människor och kan uttryckas verbalt lika väl som nonverbalt, vilket blir synligt också i interaktionen och strävan efter samförstånd mellan småbarn och vuxna. Kognitiva färdigheter bör därför, enligt Rogoff, alltid tolkas involverande emotionella och sociala relationer liksom sociala strukturer.

Karsten Hundeide (2006) menar att vuxna, såsom föräldrar eller lärare, kan fungera som handledare för barnet i en kulturell gemenskap där vissa normer, förväntningar och viss innebördsförståelse råder. Barns möjligheter att upptäcka innebörden i begrepp och företeelser i omvärlden beror då till stor del på den vuxnas uppmärksamhet på barnets initiativtagande och tidigare förståelse, samt hur innebörder synliggörs och varieras.

Att ta i beaktande tidigare händelser, erfarenheter av föremåls egenskaper och förförståelse av orsak och verkan gör det möjligt för barn att redan i ettårsåldern både planera och utvärdera sin problemlösning. Enligt Öhberg (2004) är detta möjligt i och med att barn redan i ettårsåldern förmår gå utanför ”härochnu” i en situation för att lösa problem. Förmågan får naturligtvis också betydelse för hur småbarn lyckas lösa matematiska problem. För att nå upp till ett eftertraktat föremål behöver barnet göra en bedömning av hur högt han eller hon själv når och hur högt upp leksaken ligger, vilket redskap som behövs för att lösa problemet, eventuellt en pall, samt var en sådan lämplig pall kan finnas. Barnet fokuserar då många direkt och indirekt erfarna fenomen och företeelser samtidigt i sitt medvetande, flera av matematisk karaktär, och skiljer ur vad som är relevant att beakta i den aktuella situationen.

Pnina Klein (1994) betonar nödvändigheten av att i samspelet mellan barn och vuxen utgå från avsikt och ömsesidighet, fokus på innebörd samt att gå utanför ”här-och-nu” och koppla barnens erfanden till andra sammanhang. På detta sätt uppmärksammas barn på olika aspekter av omvärlden och hur dessa varierar. Lindahls (2002) interventionsprogram för förskollärare med utgångspunkt i Kleins kriterier för ett gott och utvecklande samspel, visar resultat där de lärare som utvecklat sitt samspel med barnen också förändrar sitt sätt att förstå barns kompetens, barns lärandepotential och den egna förmågan att reflektera över sitt arbetssätt. Pedagogerna utvecklar även sin förmåga att ta barnets perspektiv och att utmana deras tänkande på ett utvecklande sätt.

Nödvändigheten av variation

Under senare år har en fenomenografiskt inspirerad pedagogik (se Pramling Samuelsson & Asplund Carlsson, 2003) fått allt starkare fotfäste inom barnpedagogisk forskning och praktisk verksamhet. Barn, liksom vuxna, anses ha kvalitativt skilda uppfattningar av fenomen i sin omvärld och synliggörandet av denna variation anses berika lärandet i och med möjligheterna till perspektivtagande och metakognition.

Marita Lindahl (1996) konstaterar att lärande till stor del handlar om att upptäcka skillnader mellan objekt eller mellan händelser. Människan behöver uppmärksamma att något bekant har förändrats för att förstå det som skett. Marita Lindahl och Ingrid Pramling Samuelsson (2002), samt Camilla Öhberg (2004) visar att småbarns lärande är beroende av tidigare erfarenheter och i synnerhet varierande erfarenheter. Variationen ger barnen nödvändiga förutsättningar att skilja ur och erfara mångfald, samt ger dem beredskap att möta nya situationer.

Utgående från ett fenomenografiskt synsätt anses omvärlden kunna erfaras på kvalitativt skilda sätt av olika människor, där begreppet kunskap definieras som förståelse (Marton, 1997). Kunskap ses därför inte som en avbildning av verkligheten utan som en individuell förståelse av omvärlden, grundad på personliga erfarenheter. Att två individer inte förstår ett fenomen på exakt samma sätt borde få konsekvenser för hur lärandeprocessen förstås och hur undervisning planeras och genomförs. Man kan fråga sig hur det överhuvudtaget är möjligt att två personer kan förstå varandra, om varje erfärande är individuellt. Ernst von Glasersfeld (1995) menar dock att människor kommunicerar med och förstår varandra eftersom de tillsammans förhandlar om innebörden i det erfarna. Samspelet med andra människor har därmed stor betydelse för hur ett fenomen förstås, eftersom mötet med andra uppfattningar av samma fenomen lyfter fram variationen, som i sig är en förutsättning för lärande. Lärande innebär då att i medvetandet samtidigt fokusera avgörande aspekter, vilket låter sig göras i problematiserande och reflekterande undervisningssammanhang.

Ference Marton (1992) utgår från att människan erfar och förstår en situation *som helhet*, vilket innebär att människan samtidigt är medveten om många saker, men vissa träder fram och lämnar andra mer i bakgrunden. En situation förstås i relation till tidigare erfarenheter som ständigt är närvarande i medvetandet, vilket gör att människan alltid erfar mer än vad som upplevs i stunden. De tidigare erfarenheter som inte direkt framträder ”fyller i” det som människan inte erfar i situationen. Medvetandet är på så sätt oändligt och sträcker sig utanför tid och rum. Vidare menar Ference Marton och Shirley Booth (2000) att lärande innebär att samtidigt fokusera medvetandet på sådana aspekter av ett fenomen som inte tidigare har kunnat urskiljas. Kritiska aspekter av ett fenomen är ett sådant karaktärsdrag hos fenomenet som är nödvändigt att fokusera för att en viss förståelse skall framträda i den lärandes medvetande (Runesson & Marton, 2002). Att erfara variation gör det möjligt för den lärande människan att upptäcka dessa olika aspekter. Aspekter som varierar måste samtidigt synliggöras och fokuseras för att människan skall förstå fenomenet på ett visst sätt. Att människor uppfattar fenomen på olika sätt beror därmed på vilka kritiska aspekter av fenomenet som människorna samtidigt fokuserar i sitt medvetande (Bowden & Marton, 1998).

Ur fenomenografin har ett variationsteoretiskt sätt att tolka och förstå lärande vuxit fram. Variationsteorin fokuserar i högre grad lärandets objekt och vilka möjligheter till lärande som kan urskiljas i en lärandesituation. Urskiljning, samtidighet och variation är centrala begrepp som antas kunna fungera som en tolkningsram för att studera lärandeprocessen (Runesson, 1999, 2005). Variationen handlar om att uppfatta det som varierar inom ett fenomen och hur samma fenomen gestaltar

sig i olika sammanhang, det vill säga innebörden hålls konstant. Variation omfattar även att uppfatta vad ett fenomen *inte* är, det vill säga vad som är specifikt hos ett fenomen. Att upptäcka likheter och olikheter kan därför sägas vara förutsättningar för att lära. Samtidigheten är likaså avgörande för att variationen skall framträda, eftersom människan samtidigt bör urskilja och medvetet fokusera vad det är som varierar och vad som förblir konstant. För att förstå ”fem” bör alltså, utifrån detta resonemang, flera sätt att förstå fenomenet ”fem” fokuseras, det vill säga att ”fem” samtidigt betyder ett visst antal i en mängd, placeringen i räkneramsan och att ”fem” består av delar med en viss relation till andra delar. Vad som varierar och vad som är konstant är betydelsefullt att beakta för att förstå något fenomen, liksom för att lärande skall ske (Runesson & Marton, 2002).

I studiet av yngre barns lärande av matematik är det enligt Björklund (2007) också nödvändigt att beakta rimlighet och hållpunkter. Matematik handlar i många fall om att bedöma och uppskatta mängder, avstånd, ytor eller andra relationer mellan objekt i omvärlden. För att urskilja relationer och finna lämpliga begrepp att beskriva relationen med, är det nödvändigt att bedömningen är rimlig både logiskt och kulturellt sett. I kommunikation och samspel med andra framträder även vissa hållpunkter. Hållpunkter för lärande innebär det som barnet utgår från i erfandet, det vill säga det som barnet relaterar sina nya erfarenheter till, vilket också utgör det perspektiv barnet erfar något från. I en lärandesituation är det därför nödvändigt att urskilja den hållpunkt som tas, för att kunna ta en annan persons perspektiv och utmana hans eller hennes tänkande i en viss riktning, till exempel genom att lyfta fram aspekter av ett fenomen som den lärande inte tidigare har varit medveten om.

En studie av de yngsta förskolbarnens lärande av tidig matematik

Lärande anses i den studie som här presenteras inte vara en isolerad händelse utan en mångfacetterad process där kontext, samspel mellan människor och gestaltningar och tolkningar av förståelse har betydelse för lärandets utfall. Det variationsteoretiska sättet att tolka erfande och lärande stöder denna tanke i och med att variationen som urskiljs i samspelet med omvärlden, innebär uppmärksammandet av aspekter som är möjliga att erfara i en viss situation. Utmaningen i lärandeprocessen blir då att urskilja och fokusera sådana kritiska aspekter som är avgörande för att en utvecklad förståelse skall framträda. Syftet med analysen är att synliggöra hur de yngsta barnens lärande av grundläggande matematik gestaltar sig i mötet med andra människor. Vad det är som gör att lärande sker, eller inte sker är en ständigt återkommande fråga. Det exempel som diskuteras handlar om lägesbegrepp och

positioner i rummet, en betydelsefull aspekt av matematiken som barn i tidig ålder kommer i kontakt med och förväntas tillägna sig förståelse av.

Att studera hur lärande gestaltar sig hos de yngsta barnen i förskolan kräver att forskaren närmar sig barnets perspektiv och erfarande där sammanhang och olika sätt att gestalta förståelse framträder. Den metodologiska ansats som tas i denna empiriska studie är därför videografisk. Videografi innebär att fånga och beskriva barns riktade medvetande uttryckt i handlingar genom visuellt och auditivt registrerat material. En videografisk analys är kvalitativ till sin karaktär där främst handlingar tolkas som uttryck för förståelse av omvärlden. I och med möjligheten att analysera samma händelse upprepade gånger ges möjlighet att urskilja olika perspektiv och närmare studera komplexiteten i en samspelssituation, vilket även är karakteristiskt för lärande och bör tas i beaktande om en tillförlitlig tolkning av lärandeprocessen skall göras (se Lindahl & Björklund, manus).

I och med att videografin möjliggör upprepade analyser med olika fokus har den episod som presenteras och diskuteras i denna artikel tidigare beskrivits i Björklund (2007). Det ursprungliga materialet som samlades in för analys består av 45 timmar videoinspelade observationer. Materialet samlades in hösten 2003 på två småbarnsavdelningar i olika städer i Finland. De barn som deltar i studien är 23 till antalet, och personalen som deltar är tre på varje avdelning. Observationerna är explorativa till sin utformning, vilket innebär att barnens självvalda aktiviteter, liksom dagliga rutiner observeras med fokus på barnens riktade medvetande. Barnens riktadhet styr observationerna som formar episoder där barnen följs så länge deras medvetande är riktat mot samma fenomen. Detta innebär att en episod kan vara 30 sekunder lång lika väl som 30 minuter.

Av det totala material som samlats in har 65 episoder valts ut där barn möter andras uppfattningar av matematik, det vill säga där de aktivt samspelar kring innebörden av någon aspekt av matematik. I analysen framträder vad barnen och de vuxna fokuserar men i synnerhet *hur* förståelsen framträder och utvecklas. Tolkningarna av barnens uttryck för sin förståelse visar att de möjligheter till variation som barnen ges har stor betydelse för att ny förståelse skall framträda för barnet. Detta innebär att lika väsentligt som variationen, men mer grundläggande i en samspelssituation tycks möjligheten till en gemensam fokusering, det vill säga urskiljandet av *hållpunkten* vara. Diskussionen exemplifieras med en episod ur materialet, där en fungerande samspelssituation tar form.

Hållpunkter för lärande – olika perspektiv med gemensam fokusering

Modern småbarnsforskning har gett stöd för antagandet att variation är väsentligt för att lärande skall ske, som en grund för utvecklingen av sättet att förstå ett visst fenomen (Björklund, 2007; Lindahl, 1996; Lindahl & Pramling Samuelsson, 2002; Öhberg, 2004). Forskningen visar också att barn i tidig ålder själva förmår variera och anpassa sina handlingar för att lösa problem och bemästra sin omvärld. I föreliggande studie ses matematik som ett socialt redskap barnen strävar efter att förstå innebörden och användningsmöjligheterna av. Frågan som ställs i studien är hur lärandet gestaltar sig när barn möter olika aspekter av matematik och olika uppfattningar av dessa aspekter i vardagliga sammanhang. Varje barn antas ha en individuell förståelse som kan utvecklas i mötet med andras sätt att förstå samma fenomen.

En aspekt av matematik som barn tidigt kommer i kontakt med är begrepp som beskriver en matematisk relation av något slag. Sådana begrepp kan beskriva proportioner, dimensioner, positioner, omfång, antal eller ordningsföljd (se även Björklund, 2007). Hur begreppen tolkas och förstås beror på vilka fenomen som begreppen beskriver samt den kontext begreppen återfinns i. Många av de matematiska begrepp som barn möter i förskolan har en innebörd som är beroende av hur objekt relaterar till varandra, till exempel är en boll stor i relation till en mindre, som i sin tur är stor i förhållande till en ännu mindre boll.

Matematik används av barn på småbarnsavdelningarna i syfte att beskriva fenomen i omvärlden så som de erfar dem. I synnerhet för att kommunicera sin förståelse med andra är det av stor betydelse att skilja ur och beskriva egenskaper, likheter, olikheter och relationer hos objekt och företeelser i omvärlden. I studien framträder ett flertal episoder där barnen på olika sätt gestaltar matematiska fenomen för att uttrycka sin förståelse inför andra barn och vuxna. Sådana tillfällen där barnen uttrycker sin förståelse av olika aspekter av matematik handlar därför ofta om att beskriva begreppsinnebörd.

Barns framväxande förståelse av grundläggande aspekter av matematik, till exempel begreppsinnebörd, framträder i kommunikation och samspel med andra barn och vuxna där uppfattningar synliggörs och problematiseras på olika sätt. Betydelsefulla strategier i lärandet blir då *att urskilja det gemensamma och specifika, att samtidigt fokusera olika aspekter och att vidga erfandet*. Gemensamt för de episoder där lärande kan ske är att gestaltningarna och kommunikationen tar sin utgångspunkt i en gemensam hållpunkt, det vill säga en överenskommen fokus och ett perspektiv som i samspelet kan vidgas och utvecklas och på så sätt utmana barnens förståelse.

Att urskilja det gemensamma och specifika

Att upptäcka och urskilja likheter och olikheter hos föremål och företeelser i omvärlden är grundläggande för allt lärande. Om människan inte har denna förmåga känner hon inte igen fenomen i olika kontexter och kan inte heller bilda begrepp. Också i fråga om att förstå och använda matematik är det av betydelse att skilja ur gemensamma och specifika drag hos objekt och vad som skiljer objekt från varandra.

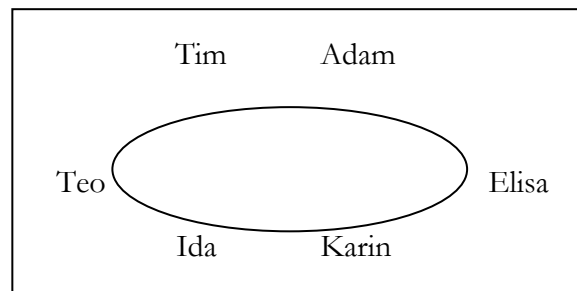
Talbegrepp är typiska begrepp som barn ofta tenderar att diskutera innebörden av, när någon annans uppfattning inte motsvarar den egna. Att ett barn upptäcker den numerära innebörden i till exempel ”tre” kan synliggöras i att barnet uppmärksammar ett annat barn på att ”tre” motsvarar tre uppsträckta fingrar, varken fler eller färre. Barnet urskiljer då den gemensamma innebörden ”tre” som återfinns både i begreppets verbala form och i det antal fingrar som visas.

En förutsättning för att lärande skall ske är att barnet blir uppmärksam på likheter och olikheter i egenskaper och innebörd, vilket kan synliggöras på varierande sätt. Ofta lyfts det kritiska i uppfattningen fram genom att barnet visar på likheter mellan olika fenomen, eller väsentliga olikheter. Barnen varierar och nansierar därefter gestaltningen av uppfattningarna i samspelet med andra. Det är av stor betydelse att de som är involverade i förhandlingen om innebörden av något begrepp tar samma hållpunkt, det vill säga öppnar för variation med utgångspunkt i det invariantsa.

Många matematiska begrepp har en relativ innebörd, det vill säga att begreppen bör tolkas i sitt sammanhang och att samma begrepp kan förstås på något olika sätt beroende på vad det relateras till. Att komma överens om en gemensam förståelse ter sig därmed ytterst väsentligt också för småbarn som strävar efter att göra sig förstådda och att förstå hur någon annan uppfattar ett gemensamt erfaret fenomen.

Exempel: Sitta bredvid

I följande episod sätter sig sex barn kring ett runt bord och diskuterar vem som sitter bredvid vem. Det fenomen som diskuteras är lägesbegreppet ”bredvid”. I början konstaterar barnen att ett barn sitter bredvid ett annat. Mot slutet av diskussionen synliggörs att ett barn samtidigt kan sitta bredvid flera personer, som i sin tur sitter bredvid andra personer, beroende på vems perspektiv som tas.



Figur 1. Barnens sittplatser runt bordet.

Tim (3:5) säger "jag sitter bredvid Adam", pekar först på Adam som sitter på hans vänstra sida, sedan på Teo på hans högra sida och säger "du sitter bredvid mig".

Adam (3:5) säger "jag sitter bredvid Tim".

Tim tittar på Teo och säger "Ida sitter bredvid dig, Elisa sitter bredvid Karin".

Karin (3:6) säger "sitter bredvid Ida!"

Teo säger "och jag sitter bredvid Tim".

Ida (2:8) tittar först på Teo till vänster och sedan på Karin till höger medan hon säger "så du [Teo] bredvid mig och du [Karin] bredvid mig".

Karin konstaterar "här ryms inga fler stolar!"

Tim säger "Tim, jag, sitter bredvid Adam" och pekar på Adam till vänster, "hon", pekar på Elisa "sitter bredvid Karin och Adam, hon", pekar på Ida, "sitter bredvid Teo och Karin".

Teo säger "och jag sitter bredvid Tim och Ida".

Tim fortsätter "jag sitter bredvid Teo och Adam".

Att möta andra personers uppfattningar är en förutsättning för utvecklandet av begreppsinnebörd och en gemensamt överenskommen förståelse. Positioneringen i exemplet ovan är betydelsefull för att förstå och kommunicera innebörden av lägesbegreppet och barnen lyfter på så sätt fram komplexiteten i begreppets innebörd. I och med variationen, det vill säga att barnen upptäcker att varje barn sitter bredvid någon som i sin tur sitter bredvid någon annan, vidgas det gemensamma erfandet och fördjupar barnens förståelse av fenomenet "att sitta bredvid" och lägesbegreppet "bredvid".

I kommunikationen urskiljs tydligt begreppets specifika innebörd när något barn sägs sitta bredvid ett annat. Den generella och gemensamma innebörden framträder när barnen konstaterar att det är möjligt att sitta bredvid flera personer. Begreppet får då en djupare men också mer abstrakt innebörd, nödvändig att urskilja för att förstå begreppets kulturellt överförda mening och betydelse.

Att samtidigt fokusera olika aspekter

Förståelse anses, enligt den variationsteoretiska tolkningen av lärande, bero på vilka kritiska aspekter av ett fenomen som samtidigt fokuseras. Det torde därför vara väsentligt för barns lärande att samtidigt urskilja och synliggöra flera aspekter av ett fenomen. Det är då möjligt att avgöra vilka aspekter som är av betydelse för en viss innebördsförståelse och även för att förstå hur andra förstår samma erfarna fenomen. För att förstå och bilda begrepp bör också småbarn samtidigt erfara hur någon aspekt av ett fenomen varierar och någon annan aspekt hålls konstant.

I samspelssituationer och aktiviteter där barn försöker lösa ett gemensamt problem framträder betydelsen av att uttrycka sin egen förståelse. Detta gör det möjligt att upptäcka hur flera aspekter kan bidra till att problemet förstås och kan lösas på ett effektivt sätt. Att lägga pussel är en sådan aktivitet där barn till exempel fokuserar på pusselbitarnas former alternativt bildmönster, och fokuserar då olika aspekter av samma fenomen. Om barnen tillsammans förmår stöda varandra i pusselbyggandet i och med att aspekterna skiljs ur och synliggörs samtidigt, kan ett fruktbart samarbete och lärande ske för bägge parter.

I samspel med andra barn och vuxna uppmärksammas barnen på den mening som kan tillföras olika fenomen och vara gällande samtidigt, vilket gör att ett fenomen får en djupare innebörd när flera aspekter samtidigt tas i beaktande. De aspekter som är nödvändiga att fokusera för att förstå begreppet ”bredvid” framträder i exemplet dels i och med att ett barn sägs sitta bredvid ett annat, dels att det är möjligt att sitta bredvid flera personer samtidigt. Barnen kring det runda bordet sitter nämligen alla intill två andra barn och bredvid inte bara en person utan två, samtidigt. ”Bredvid” får därmed en specifik innebörd som beskriver relationen mellan två barns positioner kring bordet. Samtidigt bör ”bredvid” förstås på ett mera generellt plan och gällande flera samtidiga relationer, vilket barnen blir uppmärksammade på i det samspel och den kommunikation som uppstår när olika uppfattningar lyfts fram. Perspektivtagandet är av stor betydelse här och barnen upplever att det är betydelsefullt att skilja ur de olika perspektiven.

Att vidga erfandet

Ytterligare en strategi i lärandet där barns förståelse utmanas framträder när barnets erfande vidgas. Erfandet kan vidgas utanför här-och-nu, det vill säga att en koppling görs till sådant som inte är direkt möjligt att erfara i stunden, vilket är betydelsefullt för barnets framväxande förståelse. Barnets tidigare erfarenheter och möjligheter att reflektera ställs då på sin spets, men är möjligt att observera också hos de yngsta barnen i förskolan. Flera aspekter av ett fenomen kan på så sätt skiljas ur och problematiseras när fenomenet gestaltas i varierande sammanhang.

Erfandet kan också vidgas som en utveckling av en aktivitet, där samspelsparterna tillsammans formar en gemensam utvecklad förståelse av ett fenomen. Variationen är central där fenomenets innebörd hålls konstant, men sammanhanget där fenomenet kan återfinnas varierar, alternativt att innebörden hos ett fenomen nyanseras och fördjupas.

I det exempel där barnen diskuterar begreppet ”bredvid” är det kritiska för förståelsen att inse hur begrepps innebörden är beroende av vilket perspektiv som tas. Först tycks barnen utgå från sig själva och sin egen plats runt bordet. De kommer snabbt fram till vem som sitter bredvid de själva och fortsätter diskutera vem som sitter bredvid vem på andra sidan bordet. I episoden vidgar barnen sitt erfande och tar i beaktande också andra barns positioner runt bordet. Barnen ser då bordsplaceringen också ur ett annat perspektiv än det egna. Innebörden i begreppet ”bredvid” får en betydelsefull utveckling i och med att det omfattar fler än en person. För att förstå hur ett annat barn resonerar måste begrepps innebörden vidgas, vilket barnen gör genom att beskriva och tolka hur de själva och andra uppfattar relationerna mellan olika sittplatser.

Varför lärande inte alltid sker

I en studie där barns framväxande förståelse problematiseras och analyseras, är det naturligtvis också intressant att dryfta varför lärande inte alltid sker. Varför leder inte varje möte mellan olika uppfattningar till en utvecklad och fördjupad förståelse hos barnet? I analysen av samspelssituationerna framträder också sådana episoder där barn och vuxna försöker lyfta fram sin uppfattning, men utan att få gehör för sin strävan. Det visar sig att det kritiska för att lärande i samspellet skall ske är en gemensam hållpunkt. En gemensam hållpunkt innebär att samspelsparterna förmår ta den andras perspektiv och strävar efter att förstå den andras uppfattning av det gemensamt erfarna fenomenet.

Ur en vuxens perspektiv, i synnerhet när det gäller vuxna med ett pedagogiskt ansvar är uppmärksamheten på och inte minst medvetenheten om barns tankeutveckling, tänkande och förståelse i sammanhanget av avgörande betydelse. Den vuxna som inser att barnet har en annan förståelse och förmår leva sig in i det sättet att tänka har också möjlighet att fokusera barnets medvetande på kritiska aspekter av ett fenomen och därtill vidga barnets förståelse genom att koppla till barnets erfarenhetsvärld.

Sammanfattande diskussion

I barns handlingar och verbala uttryck gestaltas deras förståelse av omvärlden. Småbarn har i flertalet studier konstaterats vara avsiktliga och meningssträvande individer som tolkar omvärlden och agerar utgående från sina tidigare erfarenheter (se Johansson, 2001; Lindahl, 1996; Løkken, 2000; Öhberg 2004). Genom att tolka hur barn förstår sin omvärld framträder även de villkor som är nödvändiga för att en utveckling av förståelsen skall ske.

Småbarn kommunicerar ofta kring vardagliga företeelser och aktiviteter, både med andra barn och med vuxna. Analysen av samspelet kring matematiska fenomen och företeelser visar dock att samspelet och kommunikationen inte alltid leder till att barnets förståelse utmanas och utvecklas. Det kritiska för att lärande skall ske tycks vara att fokusera samma ting eller företeelse, men också samma aspekt av ett fenomen, vilket kräver medvetenhet, samförstånd och intresse för den andras perspektiv. Utmaningen ligger alltså i att finna en gemensam hållpunkt för erfandet, såväl för barnen som för de vuxna som arbetar med barnen. Hållpunkten är det som skiljs ur och fokuseras och kan vara ett konkret föremål som nya föremål jämförs mot, men också tidigare erfarenheter kan vara den hållpunkt som barnen uttryckligen relaterar sina nya erfarenanden till, eller också det perspektiv som tolkningen av situationen utgår från. Också barnens sätt att skapa struktur och ordning i sin omvärld är betydelsefulla som hållpunkter för att barnen skall ha något att befästa sina erfarenheter till. Nödvändigheten av hållpunkter för lärande blir tydlig inte minst i situationer där barn möter andra uppfattningar och flera aspekter synliggörs samtidigt.

Det kritiska för att förståelsen hos barnen skall utvecklas är den hållpunkt de tar, som avgör såväl fokusering som perspektivtagande. Hållpunkten innebär en gemensam förståelse av vad som tas i beaktande och vad som inte beaktas när meningen och innebörden i till exempel olika begrepp problematiseras. Det intressanta ur ett lärandeperspektiv är just den gemensamma fokuseringen som barnen tar och hur barn redan i 1–3-årsåldern strävar efter att nå en gemensam förståelse. Att syn-

liggöra uppfattningarna genom att gestalta hållpunkten i erfandet är alltså av stor betydelse för att variationen, samtidigheten och rimligheten ska urskiljas i sammanhanget.

Studien som presenteras och diskuteras här visar att barn redan i tidig ålder skickligt varierar och nyanserar sina gestaltningar och uttryck för förståelse för att tillsammans med andra nå en gemensam förståelse. I den gemensamma förståelsen synliggörs olika uppfattningar men även vad som karakteriserar ett specifikt fenomen. Mötet mellan varierande uppfattningar skapar möjlighet att uppfatta vad som kan variera och vad som är konstant hos ett fenomen, det vill säga vad som är den gemensamma och specifika innebörden hos ett fenomen, samt vilka aspekter som tas i beaktande. Vardagliga situationer skapar därför ständigt utmaningar, men också möjligheter för det unga barnet att kommunicera om och utveckla sin förståelse av olika aspekter av matematik.

Vad kan resultaten av analysen i denna studie bidra med för det tidiga lärandet av matematik? Studien visar på ett övertygande sätt att småbarn i samspel med andra öppnar för andra sätt att uppfatta till exempel den matematiska innebörden i begrepp, och nyanserar sin begreppsförståelse genom att gestalta förståelsen på varierande sätt. I samspelet framträder lärandeprocessens kritiska villkor, såsom variation, samtidighet och rimlighet. Barnen urskiljer likheter och olikheter i omvärlden men för att den matematiska förståelsen skall framträda bör barnen ytterligare fokusera rimligheten i bedömningar och relatera det erfarna till vissa hållpunkter, eftersom matematik i grunden är ett jämförande och beskrivande redskap.

Även barnens kompetens att få lärandeprocessen att framskrida synliggörs i studien. Kompetensen blir synlig i form av barnens strategier för lärande, där *urskiljandet av det gemensamma och specifika, samtidig fokusering av olika aspekter* samt *vidgandet av erfandet* träder fram som betydelsefulla. Vuxna som arbetar med småbarn bör uppmärksamma barnens förmåga att fokusera och variera inom ramarna för erfandet, samtidigt som den nödvändiga variationen kan erbjudas av den uppmärksamma vuxna. Medvetenhet och uppmärksamhet är avgörande för lärares möjligheter att stöda de yngsta barnens lärande, eftersom en gemensam hållpunkt måste finnas som utgångspunkt för att lärandeprocessen skall framskrida i en målinriktad verksamhet. Läraren i förskolan har en betydelsefull uppgift i att finna barnets hållpunkter för lärande och nå en gemensam förståelse, för att på så sätt kunna utmana barnets tänkande.

Referenser

- Aunio, P., Niemivirta, M., Hautamäki, J., Van Luit, J., Shi, J. & Zhang, M. (2006). Young children's number sense in China and Finland. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 20(5), 483–502.
- Björklund, C. (2007). *Hållpunkter för lärande. Småbarns möten med matematik* (dissertation). Åbo: Åbo Akademis förlag.
- Bowden, J. & Marton, F. (1998). *The university of learning*. London: Kogan Page.
- Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*. Albany: State University of New York.
- von Glasersfeld, E. (1995). *Radical constructivism: a way of knowing and learning*. London: The Falmer Press.
- Hannula, M. (2005). *Spontaneous focusing on numerosity in the development of early mathematical skills* (dissertation). Turku: Annales Universitatis Turkuensis.
- Hersh, R. (1997). *What is mathematics, really?* London: Jonathan Cape.
- Hundeide, K. (2006). *Sociokulturella ramar för barns utveckling – barns livsvärldar*. Lund: Studentlitteratur.
- Johansson, E. (2001). Morality in children's worlds – rationality of thought or values emanating from relations? *Studies in Philosophy and Education*, (20), 354–358.
- Klein P. (1994). Molar assessment and parental intervention in infancy and early childhood: new evidence. In R. Feuerstein, P. Klein & A. Tannenbaum (Eds.), *Mediated learning experience (MLE): theoretical, psychological and learning implications* (pp. 213–239). London: Freund Publishing House Ltd.
- Lave, J. & Wenger, E. (1991). *Situated learning. Legitimate peripheral participation*. Cambridge: Cambridge University Press.
- Lindahl, M. (1996). *Inläring och erfarenhet. Ettåringars möte med förskolans värld* (dissertation). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Lindahl, M. (2002). *Vårda – vägleda – lära. Effektstudie av ett interventionsprogram för pedagogers lärande i förskolemiljön*. Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Lindahl, M. & Björklund, C. (manus). *Videografi som ansats*.
- Lindahl, M. & Pramling Samuelsson, I. (2002). Imitation and variation: reflections on toddlers' strategies for learning. *Scandinavian Journal of Educational Research*, 46(1), 25–45.
- Løkken G. (2000). Using Merleau-Pontyan phenomenology to understand the toddler. Toddler interactions in child daycare. *Nordisk pedagogik*, 20(1), 13–23.
- Markman, E. (1979). Classes and collections: conceptual organization and numerical abilities. *Cognitive Psychology*, (11), 395–411.

- Marton, F. (1992). På spaning efter medvetandets pedagogik. *Forskning om utbildning. Tidskrift för analys och debatt*, (4), 28–40.
- Marton, F. (1997). Mot en medvetandets pedagogik. I M. Uljens (red.), *Didaktik* (s. 98–119). Lund: Studentlitteratur.
- Marton, F. & Booth, S. (2000). *Om lärande*. Lund: Studentlitteratur.
- Mattinen, A. (2006). *Huomio lukumääriin. Tutkimus 3-vuotiaiden lasten matemaattisten taitojen tukemisesta päiväkodissa* (dissertation). [Focus on numerosities. A study on supporting 3-year-old children's mathematical development in day care] Turku: Turun Yliopisto.
- McCrink, K. & Wynn, K. (2004). Large-number addition and subtraction by 9-month-old infants. *Psychological Science*, 15(11), 776–781.
- Pramling Samuelsson, I. & Asplund Carlsson, M. (2003). *Det lekande lärande barnet i en utvecklingspedagogisk teori*. Stockholm: Liber.
- Rogoff, B. (1990). *Apprenticeship in thinking: cognitive development in social context*. New York: Oxford University Press.
- Rogoff, B. (2003). *The cultural nature of human development*. Oxford: Oxford University Press.
- Runesson, U. (1999). *Variationens pedagogik. Skilda sätt att behandla ett matematiskt innehåll* (dissertation). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Runesson, U. (2005). Beyond discourse and interaction. Variation: a critical aspect for teaching and learning mathematics. *Cambridge Journal of Education*, 35(1), 69–87.
- Runesson, U. & Marton, F. (2002). The object of learning and the space of variation. In F. Marton & P. Morris (Eds.), *What matters? Discovering critical conditions of classroom learning* (pp. 19–38). Göteborg: Acta Universitatis Gothoburgensis.
- Säljö, R. (2005). *Lärande och kulturella redskap. Om lärprocesser och det kollektiva minnet*. Stockholm: Norstedts Akademiska.
- Vygotskij, L. (1978). *Mind in society. The development of higher psychological processes*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Vygotskij, L. (1980). *Psykologi och dialektik*. Stockholm: Norstedts & Söner.
- Wittgenstein, L. (1978). *Remarks on the foundations of mathematics*. London: MIT Press.
- Wynn, K. (1998). Numerical competence in infants. In Chris Donlan (Ed.), *The development of mathematical skills* (pp. 3–25). Hove: Psychology Press.
- Öhberg C. (2004). *Tanke och handling. Ettåringars utforskande och problemlösande aktiviteter* (Rapport, 8). Vasa: Åbo Akademi, Pedagogiska fakulteten.